VERSO UN MODELLO DI ANALISI DELLA *PRATICA DITTATICA*: IL CASO DI UN PERCORSO DI INSEGNAMENTO/APPRENDIMENTO SU CONTENUTI DI GEOMETRIA NELLA SCUOLA ELEMENTARE[*]

MARIA Polo[1]

SUNTO

Questo lavoro presenta alcuni risultati della realizzazione di un percorso di insegnamento/apprendimento su contenuti di geometria nella scuola elementare. L'ipotesi avanzata, dal punto di vista della ricerca, consiste nell'affermare la possibilità di identificare le variabili di un ambiente di apprendimento atto a scardinare la rigidità di funzionamento della dialettica della relazione didattica. Secondo la tradizione italiana della ricerca in Didattica della matematica, l'aspetto peculiare dell'esperienza è la realizzazione di una costante interconnessione tra gli aspetti teorici della ricerca di base con quelli più prettamente pragmatici dell'innovazione scolastica.

1. PROBLEMATICA

La tradizione italiana della ricerca in Didattica della matematica ha un legame stretto con le problematiche connesse all'innovazione scolastica (Arzarello, 2000) e gli incontri degli Internuclei ne costituiscono una testimonianza precipua. Il tema e i sottotemi di questo IV Convegno degli Internuclei della scuola dell'obbligo mettono in evidenza la convergenza degli studi sulla complessa problematica dell'analisi delle concezioni dell'insegnante, dell'osservazione e dell'interpretazione di processi didattici, quando se ne vogliano individuare le specificità rispetto all'emergenza dell'oggetto matematico.

In un momento come quello che attraversiamo, che vede tutta la scuola italiana tesa al cambiamento nell'ottica dell'autonomia e della riforma, diversi ambiti di ricerca assegnano un ruolo preminente agli studi centrati sull'analisi *dei caratteri della professione insegnante. (Damiano, 1999; Giovannini, 1990; Salerni, 1997).*

In questi studi si va affermando che la capacità di identificare e di gestire gli aspetti metacognitivi, di valutazione e di autovalutazione del processo di

---

[*]Lavoro eseguito nell'ambito del finanziamento locale (ex 60%) – 2000.

[1] Dipartimento di Matematica - Università di Cagliari, via Ospedale 72-09124 Cagliari. e-mail: mpolo@unica.it

insegnamento/apprendimento assume un ruolo fondamentale tra le competenze della *professione insegnante* (Salerni, 1997; Cavalli, 1992). Ciò significa capacità di interpretare gli accadimenti in classe, capacità di prevedere alcuni eventi, capacità di controllare, di intervenire e di riflettere consapevolmente, anche di fronte ad eventi imprevisti. La Didattica della matematica credo che possa e debba contribuire a tali studi dal punto di vista delle specificità dell'insegnare matematica (Polo, 2002).
L'insegnante di matematica si trova sovente nella condizione di dover prendere microdecisioni, anche di fronte ad eventi imprevisti, e tali decisioni, non sempre consapevoli, possono influenzare positivamente o negativamente la possibilità di apprendimento (Polo, 2000). Assumere l'apprendimento come un processo complesso, non lineare, comporta necessariamente il generarsi di situazioni "non attese" dall'insegnante: quali e su quali basi è possibile prevedere alcuni eventi? con quali criteri l'insegnante sceglie a quali interventi, "risposte non attese" dare rilievo e a quali no durante lo svolgimento di un'attività in classe?
In questo lavoro si analizza il caso della messa in opera di un percorso di insegnamento/apprendimento su contenuti di geometria, realizzato nell'anno scolastico 2000/01 nel II Circolo didattico di Selargius (CA), inserito nel Progetto S&T[2]. Vengono presentati alcuni elementi del quadro teorico di riferimento dal punto di vista della Didattica della matematica e le ipotesi di ricerca (paragrafo 2), le scelte metodologiche alla base della realizzazione del percorso (paragrafo 3), il contesto sperimentale e le modalità di realizzazione dell'esperienza (paragrafo 4), alcuni risultati e questioni aperte (paragrafo 5).

2. QUADRO TEORICO

2.1 Oggetto di studio

La chiave di accesso nell'affrontare la complessità della problematica individuata è quella della centralità dell'attenzione da assegnare all'*agire pratico* dell'alunno e dell'insegnante. Ci riferiamo all'*agire pratico* nella accezione esplicitata da Pellerey (1998) che precisa come "in questa rinnovata sensibilità per l'*agire pratico* si tende a mettere in luce anche quanto non è possibile racchiudere in leggi e principi di natura scientifico-tecnologica, perché legato a una costruzione personale di conoscenza, competenza e senso, che deriva da una riflessione sull'esperienza. (…) La pratica evocata dunque è una pratica complessa, culturalmente e

[2] Progetto Speciale per l'Educazione Scientifico-Tecnologica avviato con la C.M. 270 del 12/11/1999.

linguisticamente segnata, nella quale il soggetto non è solamente recettore, ma attore anche quando è muto e immobile.” (pp. 5-6).
Il nostro oggetto di studio è in particolare la *pratica didattica* nella quale agiscono *Insegnante* e *Alunno* assunti come *elementi* nell’analisi sistemica della *relazione didattica* che li lega al *Sapere*. (Lai-Polo, 1999 e Polo, 2000). L’*agire pratico* che analizziamo coinvolge quindi, come *soggetti,* tanto l’*Alunno* quanto l’*Insegnante.* Nel seguito quando ci si riferirà all’insegnante ed all’alunno in quanto *elementi* del sistema si utilizzeranno le locuzioni *posizione insegnante* e *posizione alunno*.

2.2 Analisi della posizione insegnante

Nell’ottica di una identificazione dei caratteri della *posizione insegnante*, in Polo, 2000 si sono forniti degli elementi di risposta alle domande seguenti:
Di che cosa sono sintomo gli errori e/o le domande (previste o non previste) degli studenti ? Come governare (con prese di decisione istantanee) durante lo svolgimento della lezione, le domande o le risposte degli studenti (previste o non previste) in vista dell’apprendimento dei contenuti e/o concetti matematici in gioco in una data attività ?
Tali elementi di risposta utilizzano il punto di vista del concetto di “contratto didattico” e introducono la necessità di distinguere teoricamente situazioni nelle quali il sapere è considerato “in fase di acquisizione” e situazioni nelle quali il sapere è “supposto acquisito” (Polo, 2000).

Un’analisi di “episodi” della pratica didattica abituale è affrontata in Comiti, Grenier, Margolinas 1996, che ne propongono una modellizzazione in termini di *“risonanza” dell’intervento (o non intervento) dell’alunno* durante lo svolgimento dell’attività progettata dell’insegnante. Essi distinguono tre tipi di *risonanza*. **Risonanze forti,** quando l'intervento di uno o più allievi che contiene affermazioni inattese da parte del professore, in quanto denotano l'inadeguatezza di conoscenze date per acquisite, conduce l'insegnante a riprendere tali conoscenze sino ad un loro completo chiarimento. Il professore interrompe, quindi, in funzione di un'analisi istantanea del livello della difficoltà della nozione da apprendere, la propria sequenza didattica. **Risonanze deboli, nulle,** quando l'insegnante "accoglie" consapevolmente l'affermazione di un alunno, obiettivamente falsa, ma continua la sua lezione come se l'errore commesso non abbia importanza. Egli rettifica, "senza enfasi" questo errore (**risonanza debole)**. L'insegnante si rende ben conto dell'effetto perturbante degli interventi di uno o più allievi sul suo progetto didattico ma non vi fornisce un'immediata importanza, e, di conseguenza, non apporta ad esso nessuna modifica

(**risonanza nulla).** Il fenomeno di *risonanza di un intervento* può allo stesso modo trasformarsi in *risonanza di non-intervento* quando degli interventi attesi dall'insegnante invece non si producono.
In particolare, Comiti, Grenier, Margolinas 1996, affermano che la rilevanza di una risposta non attesa o di un errore dipende dal ruolo dell'errore rispetto al *progetto* dell'insegnante più che dal ruolo dell'errore rispetto alle conoscenze dell'alunno che lo ha commesso. Ciò consente di prevedere teoricamente che un errore non preso in considerazione dall'insegnante in una situazione data potrà esserlo in un altro contesto nel quale esso potrà determinare un fenomeno di *risonanza*.
Con il termine *progetto dell'insegnante* si denota sia l'insieme delle azioni e delle finalità che l'insegnante prevede di realizzare che quello delle sue attese (anche implicite) durante lo svolgimento di una attività. La *posizione insegnante* nella *pratica didattica* è vincolata agli effetti del fenomeno del *contratto didattico* che regola le attese reciproche della *posizione insegnante* e della *posizione alunno* rispetto al sapere (Polo, 2000). Durante lo svolgimento dell'attività in classe, anche l'*agire* dell'alunno è regolato da un insieme di comportamenti messi in opera in funzione della conformità/difformità che l'attività ha rispetto alle sue attese (anche implicite) in quel particolare momento della vita di classe. Denotiamo col termine *progetto dell'alunno* tale insieme.
L'analisi incrociata in termini di *risonanza* e di *contratto didattico* permette di mettere in evidenza in che modo, nella realizzazione dell'attività in classe, il *progetto* dell'insegnante si incontra e/o si scontra con il *progetto* dell'alunno, evidenziando alcuni dei caratteri dello scarto esistente tra il *progetto* dell'insegnante e la sua realizzazione in classe.
I due esempi seguenti illustrano alcuni aspetti elementari della utilizzazione di tale analisi incrociata.
Esempio 1. Un episodio tratto dalla letteratura delle ricerche in didattica[3].

> Obiettivo dell'attività (dal punto di vista dell'insegnante): utilizzare una somma nota per trovare una somma incognita
> 34 + 9 = 4334 + 11 =
> un'alunna incolonna 34 e 11 ed esegue l'addizione
> *Alla domanda esplicita: "Ma potevi utilizzare il risultato della prima espressione?" la bambina risponde di no, quasi turbata. L'insegnante chiede: "Secondo te, come avrebbe fatto Marva?" e la bambina dice: "Avrebbe aggiunto 2 a 43."*

L'alunna pensa di dover utilizzare l'algoritmo della addizione e di non essere "autorizzata" ad utilizzarne un altro che pure conosce e sa utilizzare in modo appropriato. Se l'insegnante non fosse intervenuto con quella particolare domanda, cosa sarebbe potuto cambiare nel vissuto dell'alunno rispetto a ciò che può/deve - non può/non deve fare? Cosa sarebbe

[3] Coob P., 1985. Ripreso in Polo, 2000.

rimasta come traccia che può segnare e guidare il comportamento di quell'alunno in altre situazioni analoghe? (Polo, 2000, pp. 431-432)

In termini di *contratto didattico* relativo al sapere "addizione" si può interpretare l'episodio come un fraintendimento (implicito) delle attese reciproche della *posizione insegnante* e della *posizione alunno* rispetto al *sapere* in gioco. In termini di *risonanza* l'episodio fornisce un esempio di *risonanza forte* e apre nuove questioni che si riallacciano a quelle sulla genesi delle *convinzioni distorte* esaminate in Zan, 1998.

<u>Esempio</u> <u>2</u>. Da alcune considerazioni dei programmi del riordino dei cicli.

Nel testo del documento del MPI sui programmi del riordino dei cicli viene sottolineata l'attenzione particolare da assegnare ad errori, misconcetti, ostacoli:

"Nella Scuola di base la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e motivanti, che permettano agli allievi esperienze cognitive significative e consonanti con quelle condotte in altri ambiti: scientifici, linguistici, motori, figurativi, ecc. Occorre comunque avere ben presente che il percorso per il raggiungimento dei concetti matematici e della loro formalizzazione non è lineare, ma passa necessariamente per momenti cruciali che costituiscono salti cognitivi in quanto affrontano concetti che possono costituire ostacoli per l'apprendimento o essere fonte di fraintendimenti e misconcetti. Un tipico esempio è l'introduzione dei decimali o delle frazioni. Ad es., nell'introdurre le moltiplicazioni con i numeri decimali gli allievi si scontrano con l'ostacolo, indotto dal modello dei naturali, che non sempre il prodotto fra due numeri decimali è maggiore dei due fattori; analogamente, nel confronto fra numeri decimali, è bene evidenziare, per esempio, che 0,45 è minore di 0,6 (e non viceversa come alcuni allievi credono sulla base che 6 è minore di 45) ". (MPI, 2001, p. 44.)

Queste indicazioni si possono interpretare come l'identificazione della necessità di modificare l'atteggiamento abituale rispetto all'intervento dell'alunno in particolare nelle attività in cui il sapere è in fase di acquisizione. L'insegnante deve "accettare" risposte parzialmente e momentaneamente errate. L'atteggiamento abituale, dell'insegnante tende invece a condurre gli studenti a fornire *immediatamente* le risposte corrette. Questa tendenza è stata identificata da Chevallard che afferma "Le pouvoir de l'enseignant dans sa classe, ça n'est pas *d'interdire* (plus précisément : d'interdire de manière *directe*) la réponse $16x^2-4=2(8x^2-2)$, mais bien de *produire* la réponse $16x^2-4=(4x+2)(4x-2)$. Son pouvoir consiste moins à désigner les «mauvaises» réponses, qu'à susciter *la* bonne réponse – qui désigne implicitement les autres réponses comme mauvaises[4]." (Chevallard Y. 1985, p.74). In tono più perentorio il fatto è evidenziato ed esteso al sistema scolastico in senso

[4] "Il potere dell'insegnante nella sua classe, non è quello di *interdire* (più precisamente: di interdire in modo *diretto*), la risposta $16x^2-4=2(8x^2-2)$ ma piuttosto quello di *produrre* la risposta $16x^2-4=(4x+2)(4x-2)$. Il suo potere consiste più nel suscitare *la* buona risposta che nel designare le «cattive» risposte – la buona risposta designa implicitamente le altre risposte come cattive". (Il *corsivo* è nell'originale)

lato e ai vincoli che pesano su di esso - secondo le specificità del processo della Trasposizione Didattica in relazione al lavoro dell'insegnante (Lai, 2002) - anche da Brousseau che afferma "La comunità ha difficoltà a riconoscere che l'attività propria di colui che apprende (alunno o istituzione), ha talvolta come risultato la produzione di errori legittimi, e persino la costituzione di ostacoli, qualunque sia la qualità dell'insegnamento ricevuto. I matematici e l'opinione pubblica hanno difficoltà ad accettare questi scarti (differenze – distanze) nei confronti del «vero» sapere, e i professori non riescono a farsene carico se non come errori." (Brousseau, 2001, p. 8)

Questo carattere della *posizione insegnante*, identificabile come *necessità* dell'accettare momentaneamente risposte scorrette, va contro la funzione istituzionalmente assegnata all'insegnante che deve condurre gli alunni a produrre risposte corrette. La *Teoria delle situazioni* fornisce lo strumento per identificare variabili della *situazione a-didattica* nella quale questo carattere è potenzialmente realizzabile. (Brousseau, 1998)

I risultati fin qui ripresi ci consentono di individuare tra i caratteri della *posizione insegnante* la tendenza ad irrigidire la dialettica della *relazione didattica*. Tale dialettica è condizione necessaria del processo di apprendimento, come hanno dimostrato tutti gli studi dell'ambito del socio-costruttivismo, soprattutto se ci si riferisce all'*apprendimento logicamente e potenzialmente significativo* di un sapere. (I *termini* sono da intendersi nella accezione che si trova in Pellerey 1994, pp. 89-90). In termini di analisi sistemica è necessario sottolineare che anche la *posizione alunno* contribuisce a tale irrigidimento e che il punto di vista da noi assunto, in questo studio, riguarda il *sapere in fase di costruzione*.

2.3 Ipotesi di ricerca

Lo studio ha carattere sperimentale sia dal punto di vista della ricerca di base in Didattica della Matematica che dal punto di vista della realizzazione di un percorso innovativo per l'insegnamento della geometria secondo le indicazioni dei programmi del riordino dei cicli.

Dal punto di vista della ricerca, sulla base del quadro teorico, abbiamo avanzato l'ipotesi della possibilità di identificare le variabili di un *ambiente di apprendimento* - il termine è usato nella accezione data al temine *milieu d'apprentissage* negli studi di Brousseau (Brousseau, 1998) - atto a scardinare la rigidità di funzionamento della dialettica della *relazione didattica*. In termini di *episodi* identificabili nella *pratica didattica* si tratta di analizzare in che modo nella realizzazione dell'attività in classe il *progetto* dell'insegnante si incontra e/o si scontra con il *progetto dell'alunno*.

Altre ipotesi di ricerca che riguardano la *posizione alunno* non sono esplicitate in questo lavoro ma, in quanto oggetto della problematica sono riprese come questioni aperte nel paragrafo 5.
L'attuazione della ricerca in interazione con l'innovazione realizzata nella scuola dal di dentro, conduce alla necessità di identificare e concordare con gli insegnanti coinvolti la maggior parte delle ipotesi di ricerca dal punto di vista dell'innovazione. Tali ipotesi sono denominate *ipotesi di lavoro* ed esplicitate nel paragrafo seguente.

3. SCELTE METODOLOGICHE

Secondo la tradizione italiana della ricerca in Didattica della matematica, l'aspetto peculiare di questo lavoro è la realizzazione di una costante interconnessione tra gli aspetti teorici della ricerca di base con quelli più prettamente pragmatici dell'innovazione scolastica.
L'esperienza si inserisce nell'ambito delle attività del Progetto S&T che ha «come finalità fondamentale quella di favorire una crescita complessiva della cultura scientifico-tecnologica migliorando la qualità dell'insegnamento». (C.M., All. A, p.2). Nelle indicazioni programmatiche relative al Progetto SeT viene messa in evidenza una visione «allargata del concetto di laboratorio e di sperimentazione (…) il "laboratorio" nell'educazione scientifico-tecnologica non è semplicemente un ambiente attrezzato in cui svolgere un certo numero di esperimenti e dimostrazioni. Il laboratorio è invece l'insieme di tutte le opportunità, interne ed esterne alla scuola, utili a dare un contesto pratico all'osservazione, la sperimentazione, il progetto e la valutazione della rilevanza sociale della scienza e della tecnologia» (idem, p.4).
La filosofia e le finalità del Progetto S&T si sono naturalmente incontrate con le aspettative degli insegnanti rispetto ad una attività di innovazione iniziata l'anno precedente, riguardante l'utilizzazione di Cabri, e con la problematica di ricerca che la stessa attività aveva contribuito a delineare.

3.1 L'innovazione

Il percorso di insegnamento/apprendimento attivato è innovativo sia rispetto al ruolo assegnato nello stesso ai contenuti di geometria che rispetto all'obiettivo di mettere in opera attività che favoriscano il dibattito e l'argomentazione degli alunni riguardo all'isoperimetria e all'equiestensione di figure piane, anche con l'apporto dell'ambiente informatico (nel caso specifico l'utilizzazione di Cabri). L'innovazione riguarda, in modo particolare, la realizzazione di una necessaria modifica della metodologia dell'insegnante che, mantenendo il termine utilizzato con gli insegnanti sperimentatori, abbiamo denominato *metodologia del "laboratorio di*

matematica”. Per *metodologia del laboratorio di matematica* intendiamo la condizione di funzionamento della *pratica didattica* nella quale l’insegnante è mediatore dei processi di apprendimento con interventi neutri rispetto al sapere in fase di costruzione. In altri termini, l’insegnante non deve dare risposte (né esplicite né implicite) e deve “accettare” gli errori momentanei riguardanti il sapere in fase di acquisizione. Può correggere errori riguardanti invece altri saperi – in particolare i saperi classificati a priori come prerequisiti – in gioco nell’attività.
Le *ipotesi di lavoro,* concordate con gli insegnanti sperimentatori, sono scaturite dalla scelta di voler realizzare l’inserimento di attività innovative nella programmazione annuale del singolo insegnante e di individuare le condizioni che favoriscono o impediscono tale realizzazione. Tali *ipotesi* possono essere così schematicamente riassunte:

- L’apprendimento dei concetti di perimetro e area può avere inizio alla fine del primo ciclo – limitatamente all’utilizzazione di unità di misura arbitrarie - e deve necessariamente passare attraverso il superamento del conflitto cognitivo tra gli stessi concetti.
- Le attività manipolative con i modelli articolati possono favorire l’acquisizione dei concetti di isoperimetria ed equiestensione.
- Il contesto informatico del programma CABRI può essere utilizzato con bambini di quarta e quinta elementare, al fine di favorire una visualizzazione dinamica di figure geometriche e l’acquisizione di capacità argomentative su di esse e sulle loro proprietà elementari.
- La *metodologia del laboratorio* favorisce l’apprendimento significativo dei saperi e offre all’insegnante la possibilità di osservare l’*agire* dell’alunno, senza che l’attività sia recepita da quest’ultimo come una verifica e un giudizio sulle sue conoscenze o carenze.

La messa in opera dell’esperienza ha reso necessaria una contemporanea attività di formazione degli insegnanti centrata principalmente sui contenuti matematici di isoperimetria ed equiestensione, sulla conoscenza di CABRI e di modelli articolati di poligoni, e sulla metodologia del *laboratorio di matematica.*
La formazione ha inoltre riguardato un tema trasversale dal punto di vista delle ipotesi di lavoro che è punto caratterizzante anche le finalità del Progetto SeT: modalità di raccolta e analisi dei materiali – elaborati degli alunni, documentazione scritta e fotografica della realizzazione attività – documenti utilizzati dagli insegnanti, ecc…- in vista della produzione di un documento di sintesi e di valutazione del Progetto di innovazione.

3.2 La ricerca

La ricerca è allo stadio iniziale dal punto di vista della definizione del dispositivo metodologico atto alla verifica delle ipotesi. Nell'esperienza fin ora realizzata abbiamo identificato alcune delle fasi in cui gli insegnanti e gli alunni erano impegnati nella realizzazione del *laboratorio di matematica* in quanto attività pertinenti all'individuazione delle *variabili dell'ambiente di apprendimento* (tali fasi sono denominate nel seguito *fasi sperimentali*). Le attività, nelle quali isoperimetria ed equiestensione sono i saperi necessari alla soluzione di un problema geometrico, sono state osservate da due osservatori esterni alla classe. In appendice presentiamo il dettaglio della organizzazione di una di tali attività messa a punto dal gruppo di lavoro a supporto della realizzazione del percorso di insegnamento/apprendimento. I dati raccolti (elaborati degli alunni, note di osservazione delle attività in classe, note di sintesi delle riunioni di lavoro, schede o note scritte di autovalutazione e di monitoraggio del percorso elaborate e compilate dagli insegnanti) sono attualmente in fase di analisi.
Una metodologia di ricerca ad hoc è ancora da sviluppare nel lavoro di sperimentazione del percorso che dovrebbe proseguire il prossimo anno.

4. CONTESTO DEL TERRENO DI RICERCA

4.1 Il percorso di insegnamento apprendimento

L'esperienza è stata realizzata nell'anno scolastico 2000/01 in tre scuole elementari di Selargius (CA) con la finalità di realizzare "il laboratorio di matematica" secondo le indicazioni del Progetto S&T. La sperimentazione del percorso di insegnamento/apprendimento è al suo primo anno e riguarda contenuti matematici legati al tema della misura e dell'argomentazione, presenti nei programmi per la scuola di base secondo il riordino dei cicli come si legge dal testo del MPI, 2001:

" (…) si individuano alcuni nuclei essenziali su cui costruire le competenze matematiche dell'allievo; quattro sono nuclei tematici e caratterizzano i contenuti dell'educazione matematica nella scuola di base: *il numero, lo spazio e le figure, le relazioni, i dati e le previsioni*. L'insegnante dovrà cercare di svilupparli in modo coordinato, cogliendo ogni occasione di collegamenti interni e con altre discipline. Vi sono poi tre nuclei trasversali, centrati sui processi degli allievi: *misurare, argomentare e congetturare, risolvere e porsi problemi.* Il primo consente un approccio corporeo ed esperienziale ai concetti di numero e spazio, in collegamento con le scienze. Il secondo caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive e dai livelli operativi a forme di pensiero più avanzate che, nella scuola superiore, saranno coinvolte nella dimostrazione matematica, nel calcolo algebrico, nell'uso di modelli matematici in contesti vari. Il terzo offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza." (p. 52)

La sperimentazione del percorso di insegnamento/apprendimento ha coinvolto contemporaneamente tutte le 23 classi del circolo didattico, dalle prime alle quinte, prevedendo la prosecuzione della sperimentazione almeno per un ciclo completo. Il gruppo di lavoro ha visto impegnati con funzioni diverse, oltre alla scrivente, 13 insegnanti di matematica, 1 insegnante di sostegno, l'insegnante referente per il Piano dell'Offerta Formativa del Circolo ed un insegnante di matematica della scuola superiore[5].

Nella tabella 1 sono schematicamente riportate le linee portanti della programmazione del percorso elaborate in comune e inserite da ciascun insegnante nella programmazione personale (gli insegnanti coinvolti avevano sia moduli verticali che moduli per classi parallele).

Tabella 1

Contenuti: isoperimetria, equiestensione, poligoni, misura, argomentare, congetturare, situazioni problematiche
Obiettivo generale (per l'intero quinquennio): Apprendere partendo dal particolare concreto – argomentare per giungere alla generalizzazione e alle soglie della dimostrazione
Obiettivi specifici: (per i primi due anni) primo approccio ai concetti di perimetro e area; (per i tre anni successivi) individuare e verificare isoperimetria ed equiestensione di semplici figure piane
Metodologia: il laboratorio di matematica.
Gli strumenti del laboratorio: modelli dinamici, Cabrì.
Verifica: osservazione delle strategie degli studenti nel contesto del laboratorio di matematica; formativa in itinere; sommativa alla fine del percorso.

4.2 La metodologia di lavoro e le fasi sperimentali

Le riunioni di lavoro (per un totale di 40 ore) si sono svolte nello spazio orario abitualmente dedicato dagli insegnanti alla programmazione e alla autoformazione. Alcune ore aggiuntive di formazione, previste dal progetto S&T hanno riguardato la simulazione del "contesto del *laboratorio*" e l'alfabetizzazione su Cabri e sulla multimedialità. Le attività in classe non hanno comportato alcuna ora aggiuntiva dal punto di vista degli studenti

Nelle *fasi sperimentali* del percorso l'innovazione e la ricerca si trovano ad interagire. L'osservazione in classe ha riguardato in questo primo anno solo le classi del secondo ciclo. La tabella 2 riassume in forma sintetica le *fasi sperimentali*.

---

[5] Senza il prezioso, competente ed entusiastico contributo di tutti gli insegnanti sperimentatori, di Luisa Lussu, Tina Malloci, Annamaria Montis e Rosalba Pibiri non sarebbe stato possibile realizzare questo lavoro. A loro va il mio sentito ringraziamento.

Tabella 2

	1a fase-gennaio	2a fase marzo	3a fase maggio
Classi 1a e 2a	***LABORATORIO*** *"i tre pezzi"*	Verifica su confine e regione	Verifica finale su confine e regione
Classe 3a	***LABORATORIO*** *"i tre pezzi"*	Verifica su equiestensione	Verifica su perimetro e area
Classe 4a	***LABORATORIO*** *"i tre pezzi"*	Verifica su equiestensione per somma di parti congruenti	Laboratorio Isoperimetria - Avvio alla dimostrazione
Classe 5a	***LABORATORIO*** *"i tre pezzi"*	Verifica su equiestensione per somma di parti congruenti	Laboratorio Equiestensione- Avvio alla dimostrazione

5. PRIMI RISULTATI E QUESTIONI APERTE

Lo studio è iniziale, i dati raccolti sono attualmente in fase di analisi. Dal punto di vista della ricerca le analisi che seguono sono qualitative e basate esclusivamente sulle note di osservazione delle *fasi sperimentali* e delle riunioni di lavoro.

Sull'ipotesi di ricerca

La difficoltà di destrutturare nella *posizione insegnante* la tendenza ad "ottenere immediatamente la risposta corretta" risulta confermata dalle analisi delle note di sintesi delle riunioni di lavoro con gli insegnanti. A titolo di esempio citiamo la difficoltà incontrata in tal senso nella costruzione dell'attività sul problema del trapezio (in appendice): gli insegnanti tendevano a voler scegliere il trapezio isoscele (che fornisce una risposta corretta anche solo sulla base dell'evidenza percettiva) o un trapezio le cui diagonali fossero perpendicolari (il calcolo dell'area dei triangoli reso "più semplice" e la risposta corretta supposta più facilmente ottenibile attraverso il calcolo – l'esperienza ha mostrato poi l'incidenza dell'attività di misurazione sugli errori prevedibili a priori).

Il dato acquisito dall'osservazione delle attività in classe è la pertinenza della *metodologia del laboratorio* al fine di scardinare la rigidità di funzionamento della dialettica della *relazione didattica*, favorendo l'accettazione da parte dell'insegnante degli eventuali dubbi, errori, tentativi di risposte parziali e parzialmente corrette degli alunni.

L'ipotesi della possibilità di identificare le variabili di un *ambiente di apprendimento* atto a scardinare la rigidità di funzionamento della dialettica della *relazione didattica* nella sua interezza resta ancora da verificare.

Gli aspetti riguardanti lo sviluppo delle capacità legate alla argomentazione e alla prova non sono state fino ad ora affrontate dal punto di vista della ricerca e costituiscono una cruciale questione aperta. L'utilizzazione dei risultati attualmente esistenti su questo tema a livello nazionale ed internazionale si rende necessaria nello sviluppo della problematica di realizzazione di un percorso di insegnamento/apprendimento come quello da noi ipotizzato.

Sulla realizzazione dell'innovazione

Dal punto di vista dell'inserimento di attività innovative nella programmazione annuale del singolo insegnante si è realizzata una buona mediazione, anche se a detta di qualche insegnante il "poco tempo" ha reso non sempre possibile un inserimento senza l'impressione di un aggravio di lavoro. Un importante risultato legato alle finalità del Progetto S&T (ottenuto con l'apporto fondamentale del gruppo che ha lavorato sulla multimedialità) è la produzione di un documento di sintesi dell'esperienza che è stato parzialmente implementato ed è reperibile sul sito che il Circolo di Selargius ha aperto come strumento di comunicazione e diffusione delle sue attività, all'indirizzo: digilander.iol.it/santunigola.

Dal punto di vista dell'apprendimento, cui sono strettamente legate le *ipotesi di lavoro* precedentemente presentate, l'analisi qualitativa dei dati raccolti, appena iniziata, ha fornito i seguenti risultati:

La persistente difficoltà del superamento del conflitto cognitivo tra perimetro e area (alcuni bambini di quinta che sembrava avessero superato l'ostacolo, hanno riprodotto errori legati alla confusione tra i due concetti in un problema assegnato nelle prove dell'esame).

I modelli articolati hanno favorito l'argomentazione e la discussione legata alle difficoltà dell'acquisizione dei concetti di isoperimetria ed equiestensione soprattutto nell'individuazione di poligoni convessi o concavi che godano (o non godano) di tutte e due le proprietà.

Il contesto informatico del programma CABRI ha fornito un contesto idoneo a favorire l'acquisizione di capacità argomentative su contenuti di matematica in bambini dell'età di 9-10 anni. Data la complessità dell'ambiente di apprendimento che questo strumento concorre a determinare, resta aperta la problematica dell'individuazione delle *variabili didattiche* significative dal punto di vista dell'analisi della *pratica didattica*.

6. CONCLUSIONE

Un lavoro di studio della *pratica didattica* ha tutta la complessità delle ricerche che hanno come oggetto di indagine l'attività umana. Un solo punto di vista su questa complessità non esaurisce il problema di trovare soluzioni per conoscere e migliorare tale *pratica*, e neppure raggiunge lo scopo il solo apporto di una ricerca teorica seppur multidisciplinare. L'incontro e un contesto di lavoro con i *praticanti* è indispensabile. La specificità italiana dei gruppi misti di ricercatori universitari e insegnanti-ricercatori, pur con la difficoltà legata alla necessità di imparare a lavorare insieme, crediamo possa fornire il terreno naturale e più fecondo per la ricerca in Didattica della Matematica. I risultati ottenuti, i concetti e gli strumenti così costruiti crediamo possano configurarsi come informazioni sulla *pratica didattica* pertinenti e funzionali sia ai "bisogni" degli insegnanti che alle "questioni" dei ricercatori.

7. BIBLIOGRAFIA

Arzarello, F.: 2000, 'Research for innovation in Italy: a theoretical framework' in Malara e altri (a cura di) Recents italian research in mathematics education, pp.9-30, Dipartimento di Matematica, Modena.

Brousseau, G.: 1998, Théorie des situations didactiques, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Brousseau, G.: 2001, 'L'insegnamento della matematica nella scuola dell'obbligo: Micro e Macro – Didattica', La matematica e la sua didattica, n° 1, pp.4-30, Pitagora, Bologna.

Cavalli, A.(a cura di): 1992, Insegnare oggi, Il Mulino, Bologna.

Chevallard, Y.: 1985, La transposition Didactique. Du savoir savant au savoir enseigné, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Comiti, C.- Grenier, D.– Margolinas, C.: 1996, 'Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modelisation de phénomènes didactiques', in Différents types de savoirs et leur articulation, Sciences, pp.93-127, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Cobb, P.: 1985, 'Two Children'n Anticipations, Beliefs, and Motivations', Educational Studies in Mathematics, n°16.

Damiano, E.: 1999, 'La nuova ricerca didattica tra saperi pedagogici e saperi disciplinari. Status quaestionis', L'Educazione Matematica, n°. 3, pp.137-147, CRSEM, Cagliari.

Giovannini, M.L.: 1990, 'Vivere da insegnanti: rappresentazioni, aspettative, motivazioni' "Scuola e Città", n. 4, 1990, pp. 203-221, La Nuova Italia Editrice, Firenze.

Lai, S.: 2002, 'Trasposizione didattica: vincoli del sistema scolastico', in Lai, S-Calledda, P. (a cura di) Supplemento n°3, Giornale di Astronomia, Vol.28, n°1, pp. 13-27, I.E.P.I., Pisa-Roma.

Lai S.-Polo M.: 1999, 'I Progetti MPI-UE di riduzione della dispersione scolastica: resoconto di un'esperienza', Scuola & Città, vol.12, pp.525-538, La Nuova Italia Editrice, Firenze.

M.P.I., 2001, 'Verso i nuovi curricoli', Comm.di studio per il programma di riordino dei cicli di istruzione (L. n°30 del 10/02/00), Gruppo di lavoro, Aggregazione disciplinare matematica, Documento conclusivo, Coordinatori: C. Sbordone, M.Palma, Moderatore:L.Ciarrapico.

Pellerey, M.: 1994, Progettazione didattica. Modelli di programmazione educativa scolastica, (seconda edizione) SEI, Torino.
Pellerey, M.: 1998, L'agire educativo. La pratica pedagogica tra modernità e postmodernità, Ed. LAS-Roma.
Polo, M.: 2000, 'Interpretare e gestire le risposte degli alunni nelle attività con la matematica', La matematica e la sua didattica, n°4, pp.423-437, Pitagora, Bologna.
Polo, M.: 2002, 'La Didattica disciplinare: modello teorico e campo di indagine', in Lai, S-Calledda, P. (a cura di) Supplemento n°3, Giornale di Astronomia, Vol.28, n°1, pp. 5-12, I.E.P.I., Pisa-Roma.
Salerni, A.: 1997, 'Fare lezione: gli insegnanti si valutano', Scuola & Città, vol.7, pp.281-291, La Nuova Italia Editrice, Firenze.
Zan, R.: 1998, 'Dalla correzione degli errori....all'intervento sulle difficoltà', pp.12-28, Supplemento al n°10 del Notiziario UMI, Edizioni UMI, Bologna.

UNITÀ DIDATTICA *EQUIESTENSIONE: AVVIO ALLA DIMOSTRAZIONE*
(CLASSE V)

Ciascun insegnante deve adattare tempi e modalità alla situazione della singola classe

Prerequisiti

Saper rispettare le consegne, ascoltare, comprendere, saper lavorare in piccoli gruppi
Organizzarsi e arrivare a conclusioni da far esporre a un rappresentante del gruppo
Conoscere: poligoni, triangoli e trapezi e i loro elementi, perimetro e area
Saper utilizzare le funzioni di Cabrì: riempimento, trascinamento e misura

Obiettivo

Avvio alla dimostrazione: dalla congettura alla argomentazione

Sequenza attività

L'insegnante predispone per ciascun gruppo:

- Il modello articolato di un trapezio,
- Il modello disegnato su foglio centimetrato del trapezio scaleno (B=13cm, b=3cm, h=7cm, (una copia per ciascun alunno)
- Il modello del trapezio costruito con Cabrì, manipolabile su computer

L'insegnante predispone inoltre:

- un registratore vicino al computer con un docente di controllo come assistente per Cabrì.(poiché si dispone di soli due computers si registrerà l'attività di un gruppo scelto dall'insegnante)

1) Predisposizione del lavoro (tempo: 20 minuti)

Le istruzioni seguenti devono essere date verbalmente e per iscritto su un tabellone preparato dall'insegnante precedentemente

Le diagonali dividono il trapezio ABCD in quattro triangoli, dovete confrontare l'area di ADE con CEB, cioè stabilire se:

- Area triangolo ADE uguale area triangolo CEB
- Area triangolo ADE maggiore area triangolo CEB
- Area triangolo ADE minore area triangolo CEB

l'insegnante
- consegna il materiale che ogni gruppo può avere a disposizione per argomentare la risposta: modello articolato, disegno su foglio centimetrato, carta, colla, righello, forbici, le schede per la risposta scritta.
- individua il portavoce che relazionerà le conclusioni.
- comunica che ciascun gruppo ha tempo 10 minuti per scegliere il materiale da utilizzare sapendo che può utilizzarlo anche tutto
- informa dei turni di utilizzo del computer(15 minuti per ciascun gruppo)
- designa l'incaricato che utilizzerà il mouse

2) Lavoro di gruppo (45 minuti)

- Ciascun gruppo, dopo aver utilizzato il materiale scelto, deve spiegare sulla scheda consegnata come è arrivato a dare quella risposta.

3) Confronto e discussione,guidata dall'insegnante (30 minuti)

- Ciascun portavoce espone alla classe le conclusioni del proprio gruppo
- Ogni alunno individualmente prende appunti sulle eventuali osservazioni
- Esposizione delle conclusioni dei gruppi e delle eventuali osservazioni individuali

4) Conclusione(10 minuti)

- Discussione per giungere a una conclusione di classe